Proof of Theorem 247

The theorem to be proved is

$x \neq \epsilon \quad \rightarrow \quad \mathrm{R}(\mathrm{Chop}x \oplus \underline{0}) = \mathrm{Half}\,\mathrm{R}\,x \cdot 2$

Suppose the theorem does not hold. Then, with the variables held fixed,

(H) $[[\neg\,(x) = (\epsilon)] \quad \& \quad [\neg\,(\mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0})) = ((\mathrm{Half}(\mathrm{R}x)) \cdot 2)]]$

Special cases of the hypothesis and previous results:

0: $\neg\,\epsilon = x$ from H:x

1: $\neg\,\mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{Half}(\mathrm{R}x)) \cdot 2$ from H:x

2: $((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + (\mathrm{R}\underline{0}) = \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0})$ from 180;Chop$x$;$\underline{0}$

3: $\mathrm{Q}\underline{0} = 2$ from 191

4: $\mathrm{R}\underline{0} = 0$ from 191

5: $((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$ from 12;$(\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$

6: $\epsilon = x \quad \vee \quad \mathrm{R}(\mathrm{Chop}x) = \mathrm{Half}(\mathrm{R}x)$ from 239;x

Equality substitutions:

7: $\neg\,\mathrm{Q}\underline{0} = 2 \quad \vee \quad ((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2 \quad \vee \quad \neg\,((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (2)) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$

8: $\neg\,\mathrm{R}\underline{0} = 0 \quad \vee \quad \neg\,((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + (\mathrm{R}\underline{0}) = \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) \quad \vee \quad ((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + (0) = \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0})$

9: $\neg\,\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x) = \mathrm{Half}(\mathrm{R}x) \quad \vee \quad \neg\,\mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2 \quad \vee \quad \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{Half}(\mathrm{R}x)) \cdot 2$

10: $\neg\,((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) \quad \vee \quad \neg\,((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2 \quad \vee \quad \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$

Inferences:

11: $\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x) = \mathrm{Half}(\mathrm{R}x)$ by

0: $\neg\,\epsilon = x$

6: $\epsilon = x \quad \vee \quad \mathrm{R}(\mathrm{Chop}x) = \mathrm{Half}(\mathrm{R}x)$

12: $\neg\, \mathrm{R}(\mathrm{Chop}x) = \mathrm{Half}(\mathrm{R}x) \quad \vee \quad \neg\, \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$ by

1: $\neg\, \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{Half}(\mathrm{R}x)) \cdot 2$

9: $\neg\, \mathrm{R}(\mathrm{Chop}x) = \mathrm{Half}(\mathrm{R}x) \quad \vee \quad \neg\, \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2 \quad \vee \quad \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{Half}(\mathrm{R}x)) \cdot 2$

13: $\neg\, \mathrm{R}\underline{0} = 0 \quad \vee \quad ((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0})$ by

2: $((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + (\mathrm{R}\underline{0}) = \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0})$

8: $\neg\, \mathrm{R}\underline{0} = 0 \quad \vee \quad \neg\, ((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + (\mathrm{R}\underline{0}) = \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) \quad \vee \quad ((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0})$

14: $((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2 \quad \vee \quad \neg\, ((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$ by

3: $\mathrm{Q}\underline{0} = 2$

7: $\neg\, \mathrm{Q}\underline{0} = 2 \quad \vee \quad ((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2 \quad \vee \quad \neg\, ((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$

15: $((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0})$ by

4: $\mathrm{R}\underline{0} = 0$

13: $\neg\, \mathrm{R}\underline{0} = 0 \quad \vee \quad ((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0})$

16: $((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$ by

5: $((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$

14: $((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2 \quad \vee \quad \neg\, ((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$

17: $\neg\, \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$ by

11: $\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x) = \mathrm{Half}(\mathrm{R}x)$

12: $\neg\, \mathrm{R}(\mathrm{Chop}x) = \mathrm{Half}(\mathrm{R}x) \quad \vee \quad \neg\, \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$

18: $\neg\, ((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2 \quad \vee \quad \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$ by

15: $((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0})$

10: $\neg\, ((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) \quad \vee \quad \neg\, ((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2 \quad \vee \quad \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$

19: $\mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$ by

16: $((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$

18: $\neg\, ((\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot (\mathrm{Q}\underline{0})) + 0 = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2 \quad \vee \quad \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$

20: QEA by

17: $\neg\, \mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$

19: $\mathrm{R}((\mathrm{Chop}x) \oplus \underline{0}) = (\mathrm{R}(\mathrm{Chop}x)) \cdot 2$